

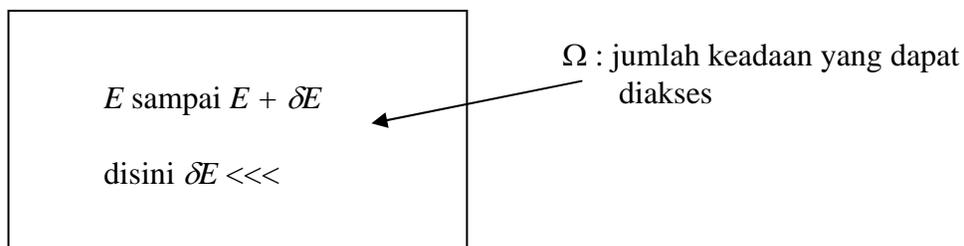
3. Termodinamika Statistik

Pada bagian ini akan dibahas pemanfaatan postulat statistik yang berdasarkan sistem dalam keadaan keseimbangan untuk menjelaskan besaran makroskopis. Disiplin ini disebut “Mekanika Statistik Keseimbangan” atau juga “Termodinamika Statistik”.

- Kondisi keseimbangan dan konstrain
 - Interaksi termal antara sistem makroskopis
 - Kalkulasi statistik pada besaran termodinamik
 - Parameter makroskopik dan pengukurannya (kerja, energi, panas, suhu mutlak, kapasitas panas, entropi)
 - Aplikasi termodinamika makroskopis
- } Lihat catatan
} Termodinamika

3.1. Kondisi Keseimbangan dan Konstrain

Sekarang kita lihat sistem terisolasi dengan energi yang dispesifikasi berada pada jangkauan sempit:

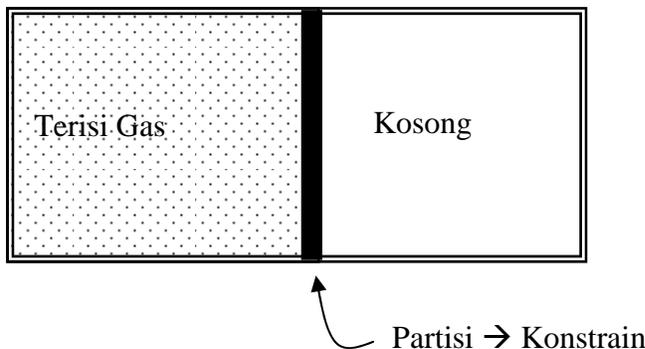


“Keadaan yang dapat diakses” \rightarrow memenuhi kondisi tertentu/ konstrain.

$$\Omega = \Omega(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$$

Parameter $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ merupakan besaran makroskopis seperti energi, volume, tekanan, suhu dll.

Contoh 1:



Keadaan yang dapat diakses hanya untuk molekul-molekul yang mempunyai koordinat di sebelah kiri.

Contoh lain: (See page 88 Reif).

Apabila konstrain dilepas apa yang terjadi?

→ jumlah keadaan yang terjangkau mula-mula masih tetap ada

→ mungkin terjadi penambahan jumlah keadaan

Bila jumlah keadaan mula-mula Ω_i dan keadaan akhir Ω_f , maka:

$$\Omega_f \geq \Omega_i$$

Mungkinkah setelah konstrain ditiadakan, kondisi kembali ke asalnya? Kita lihat pada kasus contoh 1.

Kemungkinan partikel berada di kiri atau di kanan adalah $\frac{1}{2}$, setelah partisi dicabut berapa kemungkinan terjadi keadaan final semua partikel di kiri?

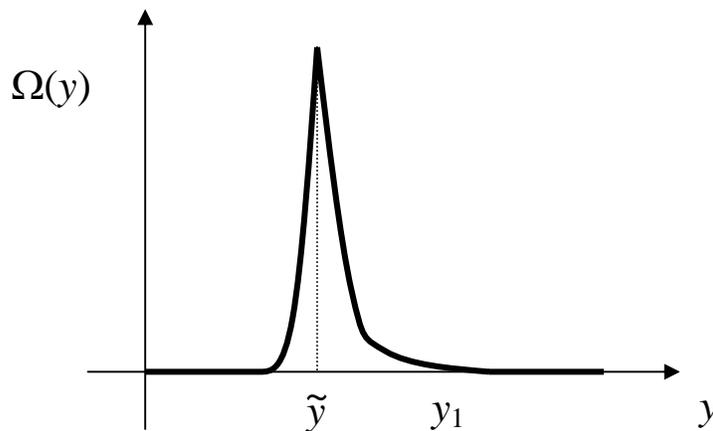
$$P_i = (\frac{1}{2})^N$$

Bila dihitung, probabilitas ini amat sangat kecil:

$$P_i \approx \left(\frac{1}{2}\right)^{6 \times 10^{23}} \approx (10)^{-2 \times 10^{23}}$$

Praktis hal ini tidak mungkin terjadi.

Setelah konstrain dicabut, terjadi keseimbangan baru. Nilai suatu parameter akan berfluktuasi ($y = y_1$), namun pada akhirnya jumlah state terbanyak akan dicapai ketika parameter ini mencapai nilai tertentu, $y = \tilde{y}$



Perumusan dapat diberikan sbb:

“Bila beberapa konstrain dari suatu sistem terisolasi dihilangkan, maka parameter-parameter sistem akan menyesuaikan dirinya sehingga $\Omega(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$ mendekati maksimum”

Secara simbolik:

$$\Omega(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n) \rightarrow \text{maksimum}$$

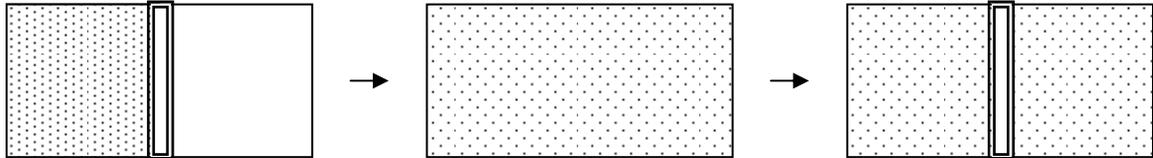
Proses Reversibel dan Irreversibel

Diskusi tentang proses reversibel dan irreversibel telah banyak di bawah di Termodinamika, dari cara pandang statistik dapat dibedakan:

Bila $\Omega_f = \Omega_i$ proses reversibel, sebaliknya

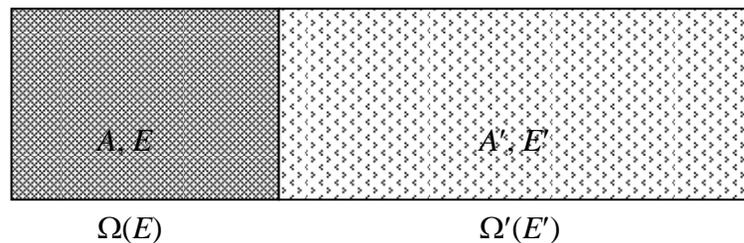
Bila $\Omega_f > \Omega_i$ proses irreversibel

Catatan pada kasus contoh 1: pengembalian konstrain tidak otomatis menjadi keadaan seperti semula.



3.2. Interaksi Termal antara Sistem Makroskopis

Dua sistem makroskopis A dan A' berinteraksi termal:



Antara A dan A' dapat terjadi pertukaran energi, tetapi $A + A'$ secara keseluruhan terisolasi dari luar, sehingga:

$$E + E' = E^{(0)} = \text{konstan}$$

(Sampai disini kita belum definisikan apa itu temperatur dari pandangan Fisika Statistik)

Sekarang kita perhatikan:

$\Omega^{(0)}(E) \rightarrow$ jumlah keadaan yang dapat diakses pada $A^{(0)}$ ketika A memiliki energi antara E dan $E+\delta E$

$P(E) \rightarrow$ kemungkinan menemukan sistem gabungan $A^{(0)}$ ketika A memiliki energi antara E dan $E+\delta E$

dapat dipahami dengan mudah bahwa

$$P(E) = C\Omega^{(0)}(E)$$

dengan C merupakan konstanta yang tidak tergantung E .

Dapat dipahami $C^{-1} = \Omega_{\text{total}}^{(0)} = \sum_E \Omega^{(0)}(E)$

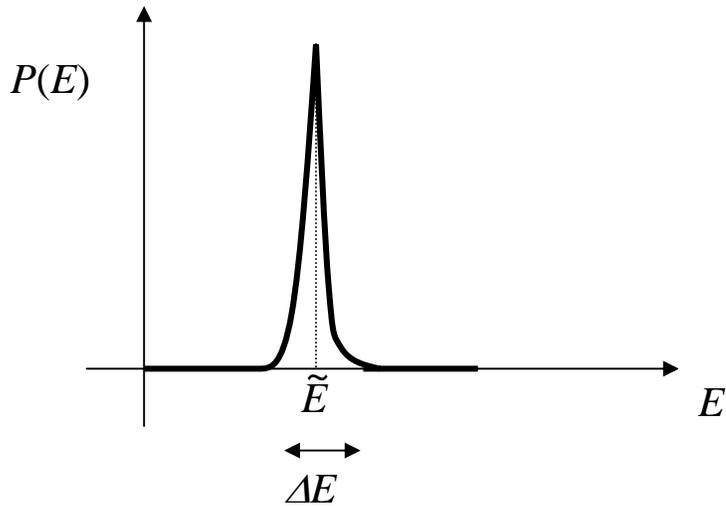
Ketika A memiliki energi E , maka A' memiliki energi $E' = E^{(0)} - E$.
 → satu diantara $\Omega'(E') = \Omega'(E^{(0)} - E)$ keadaan yang mungkin.

Jadi:

$$\Omega^{(0)}(E) = \Omega(E) \Omega'(E^{(0)} - E)$$

atau

$$P(E) = C \Omega(E) \Omega'(E^{(0)} - E)$$



Setelah terjadi keseimbangan maka akan terjadi

$\Omega^{(0)}(E)$ maksimum

demikian juga $P(E)$ maksimum → $\ln P$ maksimum.

Hal ini terjadi pada $E = \tilde{E}$.

Kondisi ekstrim terjadi kalau (*pure mathematics*) turunan pertama sama dengan nol:

$$\frac{\partial \ln P}{\partial E} = \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial E} = 0$$

Karena

$$\ln P(E) = \ln C + \ln \Omega(E) + \ln \Omega'(E')$$

dan $E' = E^{(0)} - E$, maka:

$\frac{\partial \ln P}{\partial E} = 0$ menghasilkan:

$$\frac{\partial \ln \Omega(E)}{\partial E} + \frac{\partial \ln \Omega'(E')}{\partial E'} (-1) = 0 \text{ pada } E = \tilde{E}.$$

atau

$$\frac{\partial \ln \Omega(E)}{\partial E} = \frac{\partial \ln \Omega'(E')}{\partial E'}$$

bila kita definisikan suatu besaran fisika β :

$$\beta(E) = \frac{\partial \ln \Omega(E)}{\partial E}$$

maka

$$\beta(\tilde{E}) = \beta'(\tilde{E}')$$

Apa makna fisis besaran ini?

→ besaran ini bernilai sama untuk kedua sistem setelah terjadi keseimbangan.

Dalam Termodinamika kita kenal besaran “temperatur” yang memiliki sifat demikian.

$\beta(\tilde{E})$ memiliki dimensi kebalikan energi.

Kita definisikan parameter T sbb:

$$kT = \frac{1}{\beta}$$

Diperoleh dari $\beta(E) = \frac{\partial \ln \Omega(E)}{\partial E}$:

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E}$$

disini telah diperkenalkan

$$S = k \ln \Omega$$

Besaran ini disebut “entropi”.

Kondisi probabilitas maksimum $P(E)$ dapat dinyatakan dalam entropi total:

$$S + S' = \text{maksimum}$$

Juga dalam parameter T :

$$T = T'$$

Mekanika Statistik mendiktekan bahwa pada kondisi keseimbangan entropi akan mencapai maksimum dan parameter $T = T'$ (→ suhu).

Sampai disini ada sinkronisasi antara definisi suhu secara termodinamika dan secara mekanika statistik.

Resume Hukum-hukum Termodinamika

Hukum Termodinamika ke-0

➤ Bila dua benda mengalami keseimbangan termal ketika kontak, maka dua benda tersebut memiliki temperatur yang sama.

Hukum Termodinamika ke-1

➤ Panas dari luar akan digunakan untuk kerja dan perubahan energi dalam

$$d'Q = d'W + dU$$

Hukum Termodinamika ke-2

➤ Pada suatu sistem tertutup nilai entropi akan tetap atau bertambah.

$$\Delta S \geq 0$$

Hukum Termodinamika ke-3

➤ Ketika mendekati suhu nol absolut entropi memiliki mendekati nilai tertentu yang independen dari parameter sistem:

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = S_0$$

3.3. Kalkulasi Statistik pada Besaran Termodinamik

Pengetahuan tentang jumlah keadaan $\Omega = \Omega(E; x_1 \dots x_n)$ suatu sistem dapat digunakan untuk menghitung besaran makroskopis dalam keseimbangan.

$$\beta(E) = \frac{\partial \ln \Omega(E)}{\partial E} \quad \text{dan} \quad \tilde{X}_\alpha = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \ln \Omega}{\partial x_\alpha}$$

Apabila x_α adalah volume (V) maka \tilde{X}_α merupakan semacam “gaya”, dalam kasus ini berupa tekanan:

Jadi tekanan rata-rata:

$$\bar{p} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \ln \Omega}{\partial V}$$

Telah dibuktikan untuk gas ideal monatomik $\Omega(E) = B V^N E^{3N/2}$, maka

$$\ln \Omega(E) = \ln B + N \ln V + 3N/2 \ln E$$

sehingga

$$\frac{\partial \ln \Omega}{\partial V} = \frac{N}{V}$$

atau $\bar{p} = kT \frac{N}{V} \rightarrow \bar{p}V = NkT$ merupakan persamaan gas ideal yang sudah lama kita

kenal.

Kembali ke $\beta = \frac{\partial \ln \Omega}{\partial E}$. Dari hal ini kita dapatkan:

$$\beta = \frac{3}{2} N \frac{1}{E}$$

atau $E = \frac{3}{2} NkT$

→ hasil Statistik sesuai dengan Fisika Panas.

Terlihat untuk gas ideal $E = E(T)$ independen dari V .

Lebih umum (gas tidak hanya monatomik) sebenarnya digunakan:

$$\Omega(E) \propto V^N \chi(E)$$

disini juga akan diperoleh persamaan gas ideal $\bar{p} V = NkT$.

Terlihat bahwa persamaan keadaan dapat “secara murni” diperoleh dari argumentasi Termodinamika Statistik.

3.4. Parameter Makroskopik dan Pengukurannya

(kerja, energi, panas, suhu mutlak, kapasitas panas, entropi)

Review kembali besaran makroskopis kerja, energi, panas, suhu mutlak, kapasitas panas, entropi beserta cara pengukurannya.

(Lihat catatan Termodinamika halaman 21-48)

3.5. Aplikasi Termodinamika Makroskopis

Lihat Reif halaman 155 – 200 atau catatan kuliah Termodinamika

Soal-soal Latihan

- 3.1. Tuliskan kembali definisi temperatur menurut Termodinamika dan menurut Fisika Statistik!
- 3.2. Sebuah sistem terdiri dari N_1 molekul tipe 1 dan N_2 molekul tipe 2 berada dalam volume V . Molekul-molekul berinteraksi sangat lemah sehingga asumsi gas ideal dapat digunakan.
 - (a) Bagaimana ketergantungan jumlah keadaan total $\Omega(E)$ pada daerah E dan $E+\delta E$ tergantung pada volume? Lakukan perhitungan secara klasik
 - (b) Carilah persamaan keadaan, yakni ketergantungan tekanan rata-rata sebagai fungsi volume dan temperatur.